

## MODEL OF AIR PRESSURE CONTROL SYSTEM FOR TRUCK EQUIPPED WITH EBS

**Leon Prochowski**

*Military University of Technology  
ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, Poland  
tel.: +48 22 6837866, fax: +48 22 6837866  
e-mail: l.prochowski@wme.wat.edu.pl*

**Sebastian Ławniczak**

*Military University of Technology  
ul. Kaliskiego 2, 00-908 Warszawa, Poland  
tel.: +48 22 6837382, fax: +48 22 6839739  
e-mail: slawniczak@wat.edu.pl*

### **Abstract**

*The possibility of improving the truck braking process for a truck with Electronic Braking System are considered. A mathematical model of a proportional relay valve (ang. PRV, pol. PZP) is presented. This valve acts as the main control element in electronically controlled braking system of truck. Particular attention is paid to a description of transient processes, occurring upon opening and closing of the proportional electromagnetic valve, using a mathematical description of an unsteady air flow.*

*The model includes the most important features of these three elements:*

- *proportional electromagnetic valve,*
- *pneumatic relay,*
- *automatic pressure control system.*

*Mathematical equations relating to electrical, pneumatic and mechanical functions of proportional relay valve are described. Model contains nine differential equations and additional required algebraic equations, which describe non-linear characteristics relating to processes occurring upon opening and closing of air flow control elements. In this paper model of brake mechanism is not presented.*

**Keywords:** *transportation, commercial vehicle, braking system, mathematical modeling*

## MODEL UKŁADU REGULACJI CIŚNIENIA POWIETRZA PODCZAS HAMOWANIA SAMOCHODU CIĘŻAROWEGO Z EBS

### **Streszczenie**

*Rozważano możliwości udoskonalenia procesu hamowania samochodu z pneumatycznym układem hamulcowym i EBS (ang. Electronic Braking System). Przedstawiono koncepcję modelu matematycznego proporcjonalnego zaworu przekaźnikowego (PZP). Zawór ten stanowi główny element wykonawczy w elektronicznie sterowanym układzie hamulcowym samochodu ciężarowego. Szczególną uwagę skupiono na opisanu procesów przejściowych, związanych z otwieraniem oraz zamykaniem proporcjonalnego zaworu elektromagnetycznego. Wykorzystano przy tym opis matematyczny niestacjonarnego przepływu powietrza.*

*W modelu uwzględniono najważniejsze właściwości:*

- *proporcjonalnego zaworu elektromagnetycznego;*
- *przekaźnika pneumatycznego;*
- *automatycznego układu regulacji ciśnienia.*

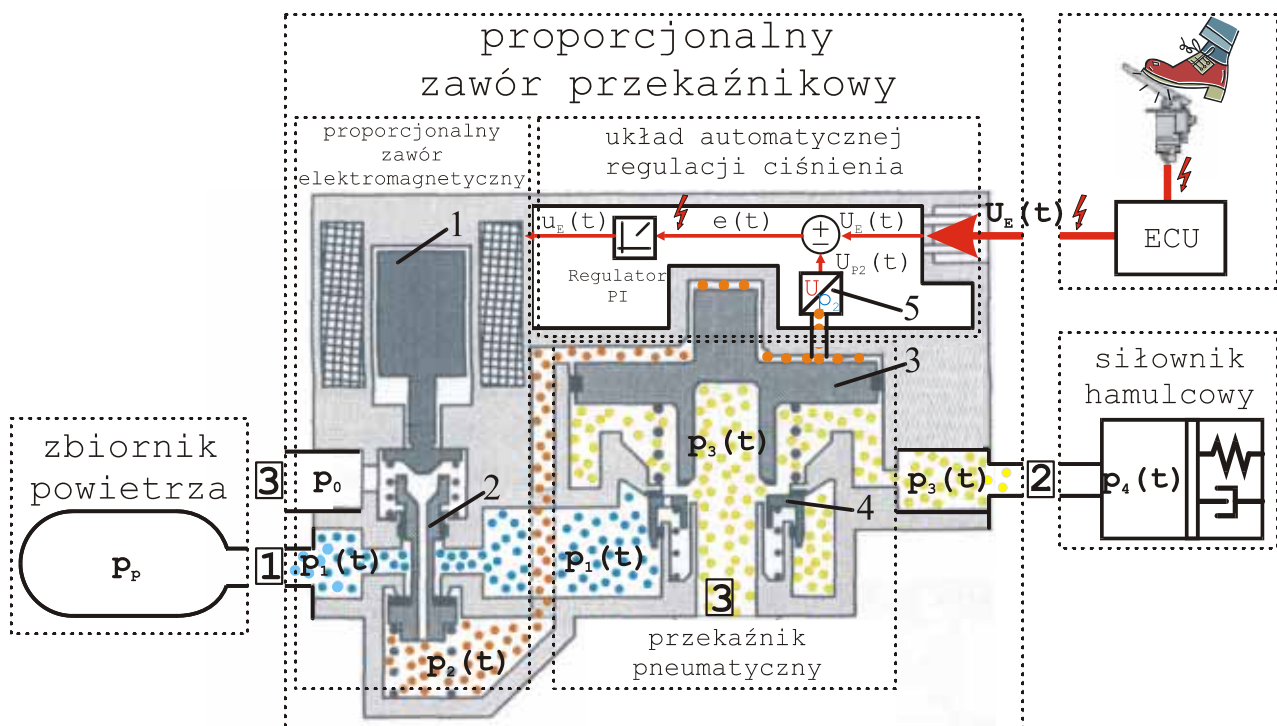
Podano równania opisujące działanie części elektrycznej, pneumatycznej oraz mechanicznej zaworu. Model obejmuje dziewięć równań różniczkowych oraz dodatkowe zależności algebraiczne. Opisują one nieliniowe charakterystyki procesu otwierania i zamykania elementów sterujących przepływem powietrza. Na obecnym etapie nie pokazano modelu mechanizmu hamulcowego.

**Słowa kluczowe:** transport, samochody ciężarowe, układ hamulcowy, modelowanie matematyczne

## 1. Proporcjonalny zawór przełącznikowy jako element wykonawczy układu regulacji ciśnienia powietrza

W elektronicznie sterowanym układzie hamulcowym z EBS *proporcjonalny zawór przełącznikowy (PZP)* służy jako element wykonawczy do sterowania wartością ciśnienia hamowania kół osi przedniej [8]. Na rysunku 1 przedstawiono PZP w układzie hamulcowym ze sterowaniem elektronicznym. Rozpatrywanie działania PZP na tle układu hamulcowego ułatwi zrozumienie jego zadań oraz roli, jaką spełnia w procesie hamowania samochodu. Na rysunku 1 widoczne są elementy pneumatyczne, stanowiące źródło (zbiornik powietrza) i odbiornik energii (siłownik hamulcowy) oraz elektryczne i sterujące (ECU – elektroniczna jednostka sterująca i elektroniczny pedał hamulca), a także współpracujące z PZP.

PZP składa się z *proporcjonalnego zaworu elektromagnetycznego, przełącznika pneumatycznego oraz układu automatycznej regulacji ciśnienia*. Podczas normalnej pracy zawór jest sterowany elektronicznie a w przypadku awarii (tj. uszkodzenia obwodu elektrycznego) pneumatycznie. W referacie rozważano wyłącznie pracę przy sterowaniu elektronicznym.



Rys. 1. Proporcjonalny zawór przełącznikowy w układzie hamulcowym z EBS

Fig. 1. Proportional relay valve within electronic braking system

1 – zwoła elektromagnesu; 2 – suwak; 3 – tłok; 4 – pierścień; 5 – czujnik ciśnienia  $p_2$

ECU – ang. Electronic Control Unit (elektroniczna jednostka sterująca)

PZP pracuje w trybie ciągłym przetwarzając sygnał sterujący  $U_E(t)$ , wypracowany przez elektroniczną jednostkę sterującą (ECU), na wartość ciśnienia powietrza w przyłączy wyjściowym [2] zaworu. Cały proces jest realizowany w układzie zamkniętym, czyli w każdej chwili czasu, układ automatycznej regulacji ciśnienia porównuje wartości dwóch sygnałów napięciowych.

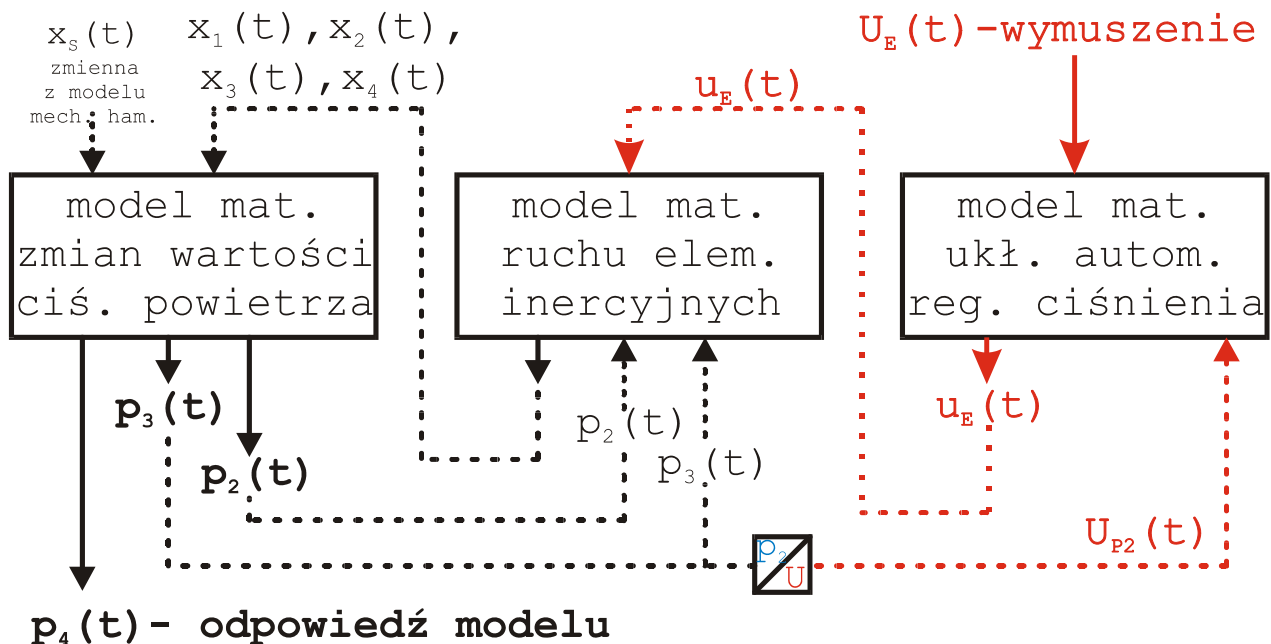
Pierwszy z nich  $U_E(t)$  to sygnał sterujący w PZP. Jest on nośnikiem informacji o pożądanym ciśnieniu w przestrzeni nad *tłokiem* 3 przełącznika pneumatycznego. Drugi to  $U_{P2}(t)$ , czyli sygnał pochodzący od *czujnika ciśnienia* 5, który informuje o jego bieżącej wartości. Dalej jest wykorzystywana różnica tych dwóch sygnałów, która w automatyce jest nazywana uchybem regulacji. Na podstawie tej wielkości *układ automatycznej regulacji ciśnienia* wypracowuje napięciowy sygnał sterujący  $u_E(t)$  proporcjonalnym zaworem elektromagnetycznym. Stosownie do wartości tego napięcia, powstaje siła elektromagnesu i powoduje pokonanie oporu sprężyny powrotnej *zwory elektromagnesu* oraz ruch *suwaka* 2 w dół. Przemieszczenie *suwaka* umożliwia przepływ powietrza z przyłącza 1 do przestrzeni nad *tłokiem* 3 przełącznika pneumatycznego. Różnica wartości ciśnienia nad i pod *tłokiem* 3 *przełącznika pneumatycznego* powoduje ruch *tłoka* w dół, który oddziałując na *pierscień* 4 umożliwia przepływ powietrza z przyłącza 1 do przyłącza 2. W takim, chwilowym stanie pracy zaworu rozpoczyna się proces napełniania przestrzeni roboczej *siłownika hamulcowego*. Trwa on do chwili osiągnięcia pożądanego ciśnienia w przyłączu wyjściowym 2 lub do chwili ustalenia się równowagi ciśnień w zbiorniku powietrza i siłowniku hamulcowym. Taka sytuacja jest możliwa w przypadku, gdy wartość ciśnienia pożądanego (wysterowanego przez ECU) jest równa lub wyższa niż wartość ciśnienia w zbiorniku powietrza.

## 2. Model strukturalny proporcjonalnego zaworu przełącznikowego

Proces tworzenia modelu podzielono na trzy etapy, które obejmują modelowanie matematyczne:

- zmian wartości ciśnienia powietrza,
- ruchu elementów inercyjnych,
- układu automatycznej regulacji ciśnienia.

Takie podejście wynika z przyjętej struktury modelu, którą przedstawiono na rysunku 2. Przedstawia on trzy modele częściowe z zaznaczeniem wielkości fizycznych (będących funkcjami czasu), które są odpowiedzią modelu oraz tych (zaznaczonych linią przerywaną), które stanowią o sprzężeniach pomiędzy poszczególnymi modelami częściowymi.



Rys. 2. Struktura blokowa modelu  
Fig. 2. Model flowchart

gdzie:

- $p_i(t)$  - ciśnienie w poszczególnych punktach układu (patrz rys. 1, rys. 3),
- $x_i(t)$  - przemieszczenie elementów ruchomych PZP,
- $x_s(t)$  - przemieszczenie tłoczyska siłownika hamulcowego,
- $U_E(t)$  - sygnał sterujący w PZP (wymuszenie działające na model),
- $U_{p_2}(t)$  - sygnał z czujnika ciśnienia  $p_2$ ,
- $u_E(t)$  - sygnał sterujący proporcjonalnym zaworem elektromagnetycznym.

Model układu regulacji ciśnienia powietrza podczas hamowania samochodu ciężarowego z EBS zawiera równania (5-8), (14-21) oraz (22). Wielkością wejściową (wymuszeniem) modelu jest  $U_E(t)$ , czyli sygnał sterujący w PZP. Zmiennymi stanu są  $x_i(t)$  - przemieszczenie elementów ruchomych PZP,  $p_i(t)$  - ciśnienie w poszczególnych punktach układu oraz  $u_E(t)$  - sygnał sterujący *proporcjonalnym zaworem elektromagnetycznym*. Wielkością wyjściową (odpowiedzią) modelu i podlegającą analizie jest  $p_4(t)$  - ciśnienie w przyłączy zasilającym *siłownik hamulcowy*.

## 2.1. Model matematyczny zmian wartości ciśnienia powietrza

Do opracowania modelu opisującego procesy narastania i spadku wartości ciśnienia powietrza w układzie hamulcowym wykorzystano prawa dynamiki gazów [1,3], opisujące matematycznie przepływy ściśliwe, zwłaszcza przy prędkościach porównywalnych z prędkością dźwięku. W opisywanym przypadku modelowanie matematyczne sprowadza się do oszacowania wartości ciśnienia w poszczególnych punktach węzłowych układu hamulcowego dla dowolnej chwili czasu. Do obliczania rzeczywistego strumienia masy gazu przepływającego (na skutek różnicy ciśnień) ze źródła do odbiornika można wykorzystać równanie [10]:

$$G = \frac{dm}{dt} = \frac{v_0}{R \cdot T} \cdot \mu A_{AB} \cdot p_A(t) \cdot \varphi_{\max} \cdot \varphi(\varepsilon). \quad (1)$$

W celu „wyrugowania” strumienia masowego  $G$  z równania (1) napisano drugie, niezależne równanie na strumień masowy. W tym celu zróżniczkowano równanie stanu gazu doskonałego (z uwzględnieniem właściwości przemiany adiabatycznej). Równanie to przedstawia zależność na strumień masowy wypływający z dyszy:

$$G = \frac{dm}{dt} = \frac{V_B}{\kappa \cdot R \cdot T} \cdot \frac{dp_B}{dt}. \quad (2)$$

Przyrównując (1) do (2) otrzymano równanie różniczkowe (3),

$$\frac{dp_B}{dt} = \frac{\kappa \cdot v_0}{V_B} \cdot \mu A_{AB} \cdot p_A(t) \cdot \varphi_{\max} \cdot \varphi(\varepsilon), \quad (3)$$

gdzie:

- $\kappa$  - wykładnik adiabaty,
- $v_0$  - prędkość dźwięku w nieruchomym gazie,
- $R$  - stała gazowa,
- $T$  - temperatura powietrza,

- $p_A, p_B$  - ciśnienie przed/za elementem pneumatycznym,
- $V_B$  - objętość przestrzeni wewnątrz elementu pneumatycznego,
- $\varphi_{\max}$  - maksymalna wartość funkcji Saint-Venanta i Wantzela,
- $\varepsilon = \frac{p_B(t)}{p_A(t)}$  - stosunek wartości ciśnienia,
- $\varphi(\varepsilon)$  - funkcja przepływu,
- $\mu A_{AB}$  - współczynnik przepustowości.

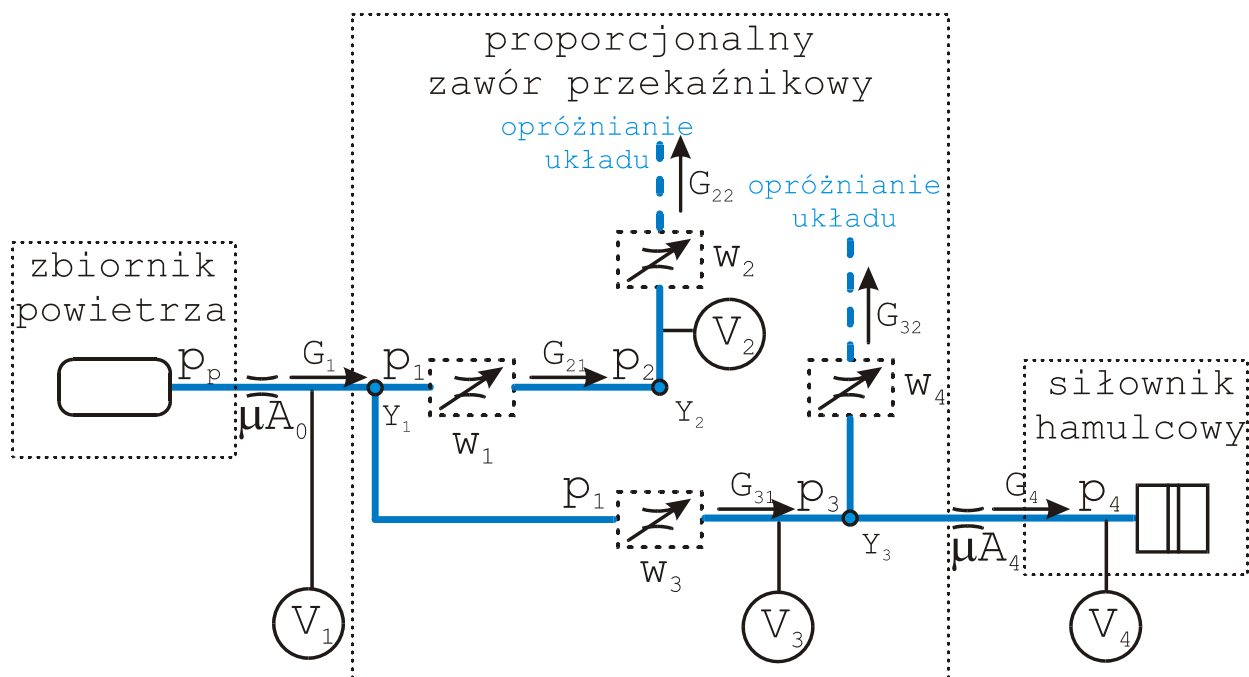
które wykorzystano do opisu matematycznego dynamiki procesu zmian wartości ciśnienia gazu rzeczywistego w poszczególnych węzłach układu pneumatycznego. Ten sposób obliczania układów pneumatycznych stosowany jest obecnie m.in. w zastosowaniu do układów hamulcowych. Wymaganą w tych obliczeniach postać funkcji przepływu przyjęto z literatury [5] wg równania (4):

$$\varphi(\varepsilon) = B_1 \cdot \frac{p_A - p_B}{B_1 \cdot p_A - p_B}, \quad (4)$$

gdzie:

$B_1$  - współczynnik aproksymacji hiperbolicznej funkcji przepływu

Podczas przygotowania równań stanu układu wykorzystano schemat obliczeniowy (rys. 3), który uznano za graficzne przedstawienie modelu fizycznego. W modelu tym rzeczywiste opory przepływu powietrza przez elementy pneumatyczne (przewody, zawory) opisano przy wykorzystaniu o współczynnikach przepustowości  $\mu A_i$ . Objętość przestrzeni wewnątrz układu oznaczano kolejno  $V_1, V_2, V_3$  jako wartości stałe i  $V_4$  jako zmienną.



Rys. 3. Schemat obliczeniowy pneumatycznego układu hamulcowego  
 Fig. 3. Pneumatic braking system calculation flowchart

Równania opisujące zmiany wartości ciśnienia w poszczególnych węzłach pneumatycznego układu hamulcowego przedstawiono, jak następuje:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{\kappa \cdot v_0 \cdot B_0}{V_1} \cdot \left( \mu A_0 \cdot p_p \cdot \frac{p_p - p_1(t)}{B_1 \cdot p_p - p_1(t)} - w_1(x_2) \cdot p_1(t) \cdot \frac{p_1(t) - p_2(t)}{B_1 \cdot p_1(t) - p_2(t)} - w_3(x_4) \cdot p_1(t) \cdot \frac{p_1(t) - p_3(t)}{B_1 \cdot p_1(t) - p_3(t)} \right), \quad (5)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{\kappa \cdot v_0 \cdot B_0}{V_2} \cdot \left( w_1(x_2) \cdot p_1(t) \cdot \frac{p_1(t) - p_2(t)}{B_1 \cdot p_1(t) - p_2(t)} - w_2(x_1) \cdot p_2(t) \cdot \frac{p_2(t) - p_0}{B_1 \cdot p_2(t) - p_0} \right), \quad (6)$$

$$\frac{dp_3}{dt} = \frac{\kappa \cdot v_0 \cdot B_0}{V_3} \cdot \left( w_3(x_4) \cdot p_1(t) \cdot \frac{p_1(t) - p_3(t)}{B_1 \cdot p_1(t) - p_3(t)} - \mu A_4 \cdot p_3(t) \cdot \frac{p_3(t) - p_4(t)}{B_1 \cdot p_3(t) - p_4(t)} - w_4(x_3) \cdot p_3(t) \cdot \frac{p_3(t) - p_0}{B_1 \cdot p_3(t) - p_0} \right), \quad (7)$$

$$\frac{dp_4}{dt} = \frac{\kappa \cdot v_0 \cdot B_0}{V_4(x_S)} \cdot \mu A_4 \cdot p_3(t) \cdot \frac{p_3(t) - p_4(t)}{B_1 \cdot p_3(t) - p_4(t)} - \frac{\kappa \cdot p_4(t)}{V_4(x_S)} \cdot \frac{dV_4}{dt}, \quad (8)$$

gdzie:

- funkcje przepustowości (stanowiące liniowe modele oporów przepływu):

$$w_1(x_2) = \mu A_1 \cdot x_2, \quad (9)$$

$$w_2(x_1) = \mu A_2 \cdot (e_1 - x_1) \text{ dla } x_1 \leq e_1 \quad w_2 = 0 \text{ dla } x_1 > e_1, \quad (10)$$

$$w_3(x_4) = \mu A_3 \cdot x_4, \quad (11)$$

$$w_4(x_3) = \mu A_5 \cdot (e_3 - x_3) \text{ dla } x_3 \leq e_3 \quad w_4 = 0 \text{ dla } x_3 > e_3, \quad (12)$$

- objętość przestrzeni roboczej siłownika hamulcowego:

$$V_4(x_S) = V_{40} + \frac{\Pi \cdot D_S^2}{4} \cdot x_S(t), \quad (13)$$

$B_0 = \varphi_{\max} \cdot B_1$  - stała,

$e_i$  - luz konstrukcyjny,

$D_S$  - średnica przepony siłownika hamulcowego,

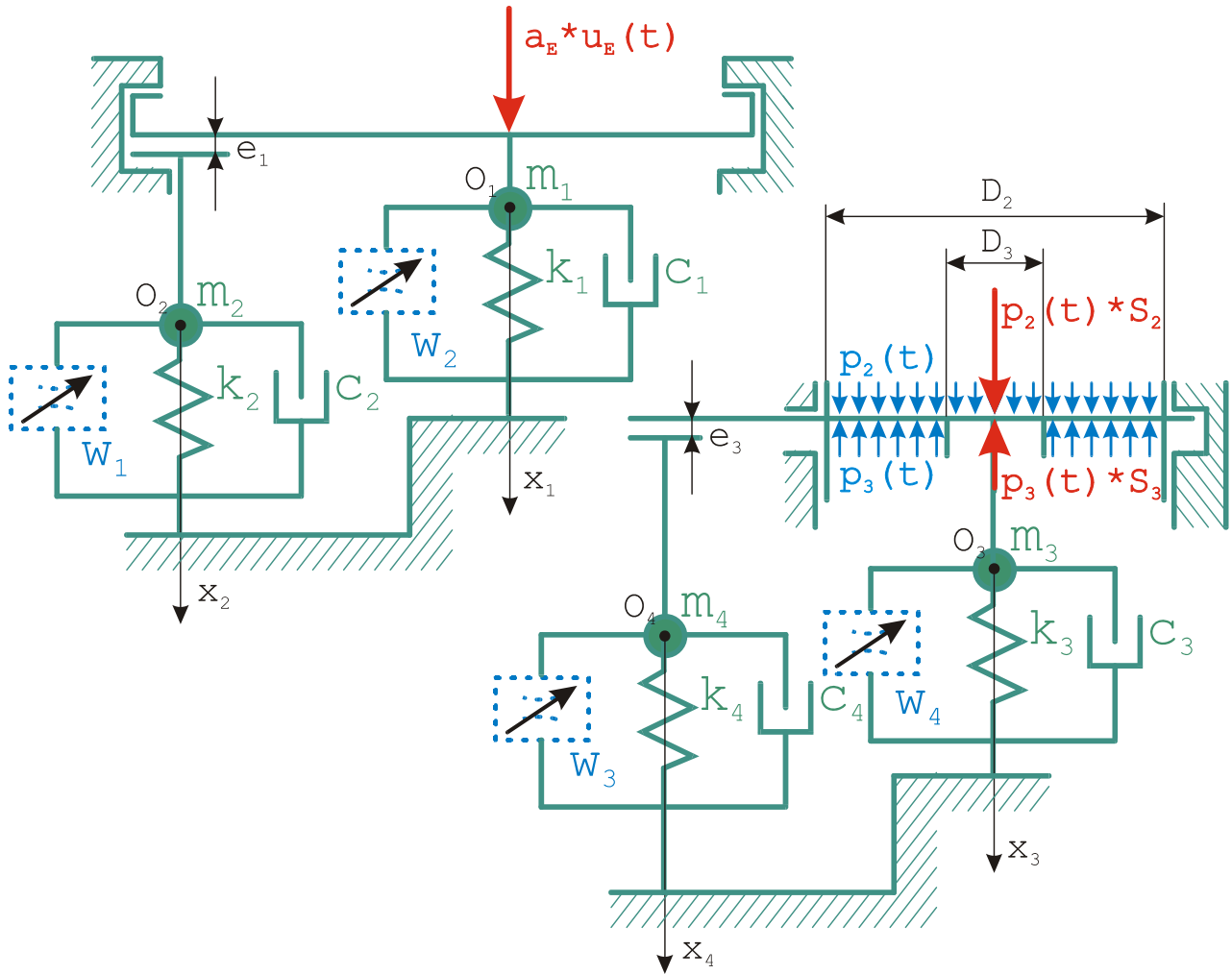
$p_p$  - ciśnienie w zbiorniku powietrza,

$p_0$  - ciśnienie atmosferyczne,

$V_i$  - objętość przestrzeni wewnątrz i-tego elementu pneumatycznego.

## 2.2. Model matematyczny ruchu elementów inercyjnych

W celu napisania układu równań sporządzono schemat (rys. 4), który przedstawia model fizyczny ruchu elementów inercyjnych PZP. Do sformułowania równań ruchu wykorzystano metodę d'Alemberta. Napisanie równań poprzedzone zostało wprowadzeniem czterech osi  $O_1x_1$ ,  $O_2x_2$ ,  $O_3x_3$ ,  $O_4x_4$  stanowiących układ współrzędnych do opisu modelu matematycznego ruchu elementów inercyjnych.



Rys. 4. Schemat modelu fizycznego ruchu elementów inercyjnych PZP  
 Fig. 4. Schematic physical model of PRV inertia elements movement

Równania zapisano jak następuje:

- równanie ruchu masy nr 1 - *zwory elektromagnesu* (w kierunku osi  $O_1x_1$ )

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 = a_E \cdot u_E(t) - k_1 \cdot x_1 - c_1 \cdot \dot{x}_1 \text{ dla } x_1 \leq e_1, \quad (14)$$

$$(m_1 + m_2) \cdot \ddot{x}_1 = a_E \cdot u_E(t) - k_1 \cdot x_1 - (c_1 + c_2) \cdot \dot{x}_1 - k_2 \cdot (x_1 - e_1) \text{ dla } x_1 > e_1, \quad (15)$$

- równanie ruchu masy nr 2 - *suwaka* (w kierunku osi  $O_2x_2$ )

$$x_2 = 0 \text{ dla } x_1 \leq e_1, \quad (16)$$

$$x_2 = x_1 - e_1 \text{ dla } x_1 > e_1, \quad (17)$$

- równanie ruchu masy nr 3 - *tloka* (w kierunku osi  $O_3x_3$ )

$$m_3 \cdot \ddot{x}_3 = [p_2(t) - p_3(t)] \cdot \left( \frac{\Pi \cdot D_2^2}{4} \right) - k_3 \cdot x_3 - c_3 \cdot \dot{x}_3 \text{ dla } x_3 < e_3, \quad (18)$$

$$(m_3 + m_4) \cdot \ddot{x}_3 = p_2(t) \cdot \left( \frac{\Pi \cdot D_2^2}{4} \right) - p_3(t) \cdot \left[ \frac{\Pi \cdot (D_2^2 - D_3^2)}{4} \right] - p_0 \cdot \left( \frac{\Pi \cdot D_3^2}{4} \right) - k_3 \cdot x_3 - (c_3 + c_4) \cdot \dot{x}_3 - k_4 \cdot (x_3 - e_3)$$

dla  $x_3 \geq e_3$ ,

(19)

- równanie ruchu masy nr 4 - pierścienia (w kierunku osi  $O_4x_4$ )

$$x_4 = 0 \text{ dla } x_3 \leq e_3,$$
(20)

$$x_4 = x_3 - e_3 \text{ dla } x_3 > e_3,$$
(21)

gdzie:

$a_E$  - stała elektromagnesu,

$c_i$  - współczynnik tłumienia i-tego elementu,

$D_i$  - średnica tłoka przekaźnika pneumatycznego (wg rys. 4),

$k_i$  - współczynnik sztywności i-tego elementu sprężystego,

$m_i$  - masa i-tego elementu.

### 2.3. Model matematyczny układu automatycznej regulacji ciśnienia

W układzie automatycznej regulacji ciśnienia zamodelowano regulator typu *PI* (proporcjonalno-całkujący). Jego zadaniem [2,4] jest wypracowanie sygnału  $u_E(t)$  sterującego proporcjonalnym zaworem elektromagnetycznym według równania:

$$u_E(t) = k_P \cdot \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int_0^t e(t) dt \right],$$
(22)

gdzie:

$k_P$  - stała regulatora typu *P*,

$e(t) = U_E(t) - U_{P2}(t)$  - uchyb regulacji,

$T_i$  - stała regulatora typu *I*.

### Literatura

- [1] Bukowski, J., *Mechanika płynów*, PWN, Warszawa 1968.
- [2] Findeisen, W., *Technika regulacji automatycznej*, PWN, Warszawa 1978.
- [3] Gryboś, R., *Podstawy mechaniki płynów*, PWN, Warszawa 1989.
- [4] Kaczorek, T., *Teoria układów regulacji automatycznej*, WNT, Warszawa 1974.
- [5] Kamiński, Z., *Ocena modeli matematycznych charakterystyk przepływowych oporów pneumatycznych*, *Hydraulika i Pneumatyka* nr 5, Wrocław 2003.
- [6] Kuźniewski, B., *Dynamika tłokowych urządzeń pneumatycznych*, WNT, Warszawa 2001.
- [7] Ławniczak, S., *Wyznaczenie charakterystyki statycznej i dynamicznej wybranych elementów pneumatycznego układu hamulcowego*, Sprawozdanie nr 25/2004, Warszawa 2004 (materiał niepublikowany).
- [8] Łomako, D., Stańczyk, T., Grzyb, J., *Pneumatyczne układy hamulcowe w pojazdach samochodowych*, Politechnika Świętokrzyska, Kielce 2002.
- [9] Materiały producenta, *Relay valve 973 001 020 0*, <http://www.wabco-auto.de>.
- [10] Miatłuk, M., Kamiński, Z., *Układy hamulcowe pojazdów – obliczenia*, Wydawnictwo Politechniki Białostockiej, Białystok 2005.